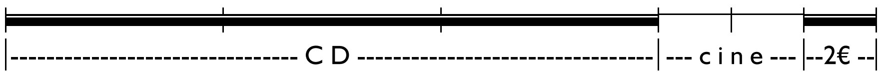
CONTROL 25 EXAMEN EXTRAORDINARIO 18 JUN 08

1. He gastado en un CD las tres cuartas partes del dinero que llevaba. Después he ido al cine y me he gastado dos tercios del dinero que me quedaba y aún tengo 2 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio? Razona la respuesta y comprueba el resultado.
2. Calcula paso a paso y, después, comprueba el resultado con la calculadora.

$$3-\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{8}(-2)$$

3. Halla la fracción canónica generatriz de los números: $a = 0'012$, $b = 0'0\overline{12}$ y $c = 0'01\overline{2}$ y comprueba los resultados con la calculadora.
4. Halla la suma de los 1000 primeros números impares.
5. Opera y simplifica: $(x^2-5x+3)\cdot(x^2-x)-x\cdot(x^3-3)$.
6. Comprueba si -2, 1 o $1/2$ son soluciones de la ecuación: $4x^3+6=13x$.
7. Resuelve las ecuaciones: (a) $6x^2=8x$; (b) $4x^2-9=0$
8. Resuelve por reducción el sistema: $\begin{cases} 5x+4y=-7 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$
9. Define los conceptos (a) Dominio y (b) Recorrido de una función y (c) Sin levantar el lápiz del papel al hacerla, dibuja la gráfica de una función f cuyo dominio sea $D(f)=[-3,2]$ y su recorrido $R(f)=[1,5]$
10. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(3,-2)$ y es paralela a la de ecuación $y=2x-5$

1. Resolveremos el problema con la ayuda de un esquema:



El dinero que tenía al principio era: (2 · 3) · 4 = $\boxed{24\text{ €}}$

Comprobación:

De los 24 €, en el CD me gasté $\frac{3}{4}$ de $24=(24:4)\cdot 3=18$ € y me quedaron $24-18=6$ € de los que en el cine gasté $\frac{2}{3}$ de $6=(6:3)\cdot 2=4$ € así que al final terminé con 2 €.

2. $$3-\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{8}(-2) = 3-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{3}{4}=3-\frac{2}{3}\frac{9}{16}-\frac{3}{4}=3-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}=\frac{24}{8}-\frac{3}{8}-\frac{6}{8}=\boxed{\frac{15}{8}}$$

3. $a = 0'012 = \dfrac{12}{1000} = \boxed{\dfrac{3}{250}}$, $\quad b = 0'\overline{012} = \dfrac{12}{999} = \boxed{\dfrac{4}{333}}$ y $\quad c = 0'01\bar{2} = \dfrac{12-1}{900} = \boxed{\dfrac{11}{900}}$

4. La serie de los números impares: $1, 3, 5, 7, \ldots$ forman una progresión aritmética en la que $a_1 = 1$ y $d = 2$

Hallaremos la suma de los 1000 primeros términos usando la fórmula $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ para $n = 1000$

Falta el valor del último término, a_{1000}, pero lo podemos hallar porque conocemos el primer término y la diferencia:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \xrightarrow{n=1000} a_{1000} = 1 + (999) \cdot 2 = 1999$$

Sustituyendo en la fórmula de la suma:

$$S_{1000} = \frac{(1+1999)}{2} \cdot 1000 = \boxed{1.000.000}$$

5. $(x^2 - 5x + 3) \cdot (x^2 - x) - x \cdot (x^3 - 3) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x^3 + 5x^2 - 3x - x^4 + 3x = \boxed{-6x^3 + 8x^2}$

6. $$4x^3 + 6 = 13x \begin{cases} \xrightarrow{x=-2} 4 \cdot (-2)^3 + 6 = 13 \cdot (-2) \to -26 = -26 \Rightarrow \\ \xrightarrow{x=1} 4 \cdot 1^2 + 6 = 13 \cdot 1 \to 10 = 13 \Rightarrow \\ \xrightarrow{x=1/2} 4 \cdot (1/2)^3 + 6 = 13 \cdot (1/2) \to 13/2 = 13/2 \Rightarrow \end{cases} \boxed{\begin{array}{lll} x = -2 & \textit{SÍ} & \textit{es solución.} \\ x = 1 & \textit{NO} & " \quad " \\ x = 1/2 & \textit{SÍ} & " \quad " \end{array}}$$

7. (a) $6x^2 = 8x \Rightarrow 6x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x \cdot (3x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow \\ 3x - 4 = 0 \Rightarrow \end{cases} \boxed{\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 4/3 \end{array}}$

(b) $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \dfrac{9}{4} \Rightarrow \boxed{x = \pm \dfrac{3}{2}}$

8. $$\left.\begin{cases} 5x + 4y = -7 \longrightarrow & 5x + 4y = -7 \\ 3x - 2y = 9 \xrightarrow{\cdot 2} & 6x - 4y = 18 \end{cases}\right\} \xrightarrow{+} 11x = 11 \Rightarrow x = 1$$

Sustituyendo este valor en la primera ecuación y operando, obtenemos el valor de y:

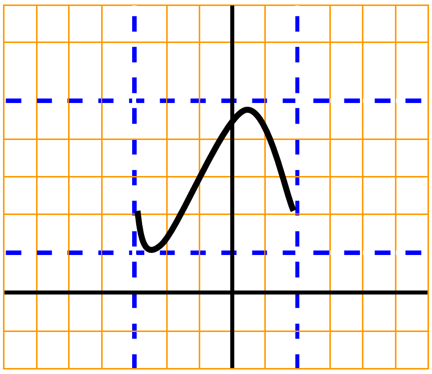
$$5 \cdot 1 + 4y = -7 \Rightarrow 4y = -12 \Rightarrow y = -3$$

$$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}}$$

9. (*a*) Dominio de una función es el conjunto de valores de la variable independiente.

(*b*) Y el recorrido es el conjunto de valores de la variable dependiente.

(*c*) Para dibujar la gráfica de una función continua f cuyo dominio sea $D(f)=[-3,2]$ y su recorrido $R(f)=[1,5]$ basta con que la gráfica quede inscrita en el rectángulo que forman las rectas verticales $x=-3$ e $x=2$ y las horizontales $y=1$ e $y=5$.



Empezamos en cualquier punto del lado izquierdo del rectángulo y sin levantar el lápiz y avanzando, verticalmente hacia arriba o hacia abajo, pero, horizontalmente siempre hacia la derecha (sin retroceder), tenemos que llegar al lado derecho habiendo tocado, sin sobrepasarlos, los dos lados horizontales. Hay infinitas posibilidades.

10. La ecuación de toda recta es $y=mx+b$, siendo m, la pendiente y b, la ordenada en el origen y, como las rectas paralelas tienen la misma pendiente, la ecuación que nos piden es de la forma:

$$y=2x+b$$

y se tiene que cumplir para las coordenadas del punto A(x=3, y=−2), es decir:

$$-2=2\cdot 3+b \quad\Rightarrow\quad b=-8$$

$$\boxed{\text{La ecuación de la recta es: } y=2x-8}$$

CONTROL 24 EXAMEN FINAL 9 JUN 08

1. Halla razonadamente la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(−1 , 2) y B(0 , −4).
2. Halla razonadamente el valor de x para que x, x^2-2 y $3x+2$ sean tres términos consecutivos de una progresión aritmética.
3. Halla (sin utilizar la calculadora y simplificando los cálculos lo más posible) la fracción canónica resultante de: $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2}}$ (comprueba el resultado con la calculadora).
4. Haz un esquema de la clasificación de los números reales y di, justificando las respuestas, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   - Todo número decimal es racional.
   - Hay números fraccionarios que son irracionales.
   - Todos los números positivos son naturales.
5. Expresa en forma de una sola potencia de exponente positivo: $\dfrac{(3^{-5}\cdot 3^2)^4}{3:3^3}$

1. Recta que pasa por $A(-1\ ,2)$ y $B(0\ ,-4)$:

La ecuación de toda recta es de la forma $y=mx+b$ en la que $m=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$, es la pendiente y b es la ordenada en el origen, es decir, el valor de y en el punto en que $x=0$; por lo tanto, en este caso, el punto $B(0\ ,-4)$ nos indica que $b=-4$

$$\text{La pendiente es: } m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-4-2}{0-(-1)}=\frac{-6}{1}=-6$$

Como la recta que pasa por $A(-1\ ,2)$ y $B(0\ ,-4)$ tiene $m=-6$ y $b=-4$ su ecuación es:

$$\boxed{y=-6x-4}$$

$$\text{Comprobación: } y=-6x-4\quad\begin{cases}A\xrightarrow{x=-1,y=2}2=-6\cdot(-1)-4 & SÍ\\ B\xrightarrow{x=0,y=-4}-4=-6\cdot 0-4 & SÍ\end{cases}$$

2. Si los términos x, x^2-2 y $3x+2$ están en progresión aritmética, la diferencia entre el primero y el segundo, tiene que ser la misma que entre el tercero y el segundo, es decir, se tiene que cumplir:

$$(x^2-2)-(x)=(3x+2)-(x^2-2)$$

Resolviendo esta ecuación:

$$x^2-2-x=3x+2-x^2+2\ \Rightarrow\ 2x^2-4x-6=0\ \Rightarrow\ x^2-2x-3=0\ \Rightarrow$$

$$x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1}=\frac{2\pm 4}{2}=\begin{cases}\boxed{\begin{array}{l}x_1=3\\ x_2=-1\end{array}}\end{cases}$$

Comprobación:

$$x\,,\ x^2-2 \text{ y } 3x+2\begin{cases}\xrightarrow{x=3}\ 3,\ 7,\ 11 \ \text{ están en progresión aritmética con } d=4\\ \xrightarrow{x=-1}\ -1,-1,-1 \ \text{ están en progresión aritmética con } d=0\end{cases}$$

3. $$\frac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2}}=\frac{*}{**}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{-7}{12}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{-12}{7}=\boxed{\frac{-3}{7}}$$

$$\begin{cases}\text{* Numerador: } \frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1=\frac{1}{2}-\frac{5}{4}+1=\frac{2}{4}-\frac{5}{4}+\frac{4}{4}=\frac{1}{4}\\[2ex] \text{** Denominador: } \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{4}\right)\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{-7}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{-7}{12}\end{cases}$$

4. Clasificación de los números reales:

$$\textit{Reales}\begin{cases}\textit{Racionales}\begin{cases}\textit{Enteros}\begin{cases}\textit{Naturales}\Leftrightarrow\textit{Enteros positivos}\\ \textit{0}\text{ (cero)}\\ \textit{Enteros negativos}\end{cases}\\[2ex] \textit{Fraccionarios}\Leftrightarrow\begin{cases}\textit{Decimales exactos}\text{ (periodo = 0)}\\ \textit{Decimales periódicos}\begin{cases}\textit{Puros}\\ \textit{Mixtos}\end{cases}\end{cases}\end{cases}\\[2ex] \textit{Irracionales}\Leftrightarrow\textit{Decimales ilimitados pero NO periódicos}\end{cases}$$

– *Todo número decimal es racional.* FALSO.

  Solo son racionales los decimales limitados (periodo 0) y los ilimitados periódicos. Los números con infinitas cifras decimales no periódicos, son irracionales, por ejemplo: π, $\sqrt{2}$ …

– *Hay números fraccionarios que son irracionales.* FALSO.

  Como se ve en el esquema, los números fraccionarios son racionales.

– *Todos los números positivos son naturales.* FALSO.

  Para que un número sea natural, además de positivo, tiene que ser entero. Por ejemplo los números 0'5, 2/3, π … son positivos y no son naturales.

5. $$\frac{(3^{-5}\cdot 3^2)^4}{3:3^3}=\frac{(3^{-5+2})^4}{3^{1-3}}=\frac{3^{-3\cdot 4}}{3^{-2}}=3^{-12-(-2)}=3^{-10}=\boxed{\left(\frac{1}{3}\right)^{10}}$$

CONTROL 23 — FUNCIONES CONSTANTE Y DE PRIMER GRADO (Unidad 11) — 2 JUN 08

Halla razonadamente las ecuaciones de cinco rectas que pasan por el punto $P(1\ ,\ -2)$ y además:

1. *La primera es paralela al eje de abscisas.*
2. *La segunda es la gráfica de una función lineal.*
3. *La ordenada en el origen de la tercera es 3.*
4. *La cuarta es paralela a la recta $y = 4x + 2$*
5. *La quinta pasa por el punto $Q(-2\ ,\ 1)$*

La ecuación de las funciones cuya gráfica es una recta es de la forma $y = mx + b$ en la que m es la pendiente de la recta y b su ordenada en el origen (que es el valor de y que corresponde a $x = 0$)

1. La primera recta, al ser paralela al eje de abscisas, tiene de pendiente $m = 0$ y corresponde a una función constante, ya que todos los puntos tienen la misma ordenada, que es la del punto $P(1\ ,\ -2)$ es decir $y = -2$.

   La ecuación de la primera recta es: $\boxed{y = -2}$

2. Al corresponder a una función lineal (o de proporcionalidad directa), la ordenada en el origen de la segunda recta es $b = 0$, su ecuación es de la forma $y = mx$ y, como pasa por el punto $P(1\ ,\ -2)$ tiene que cumplirse si $x = 1$ e $y = -2$ por lo tanto:

$$-2 = m \cdot 1 \ \Rightarrow\ m = -2$$

   La ecuación de la segunda recta es: $\boxed{y = -2x}$

3. La tercera recta, tiene como ordenada en el origen $b = 3$ por lo tanto su ecuación es $y = mx + 3$ y, por pasar por el punto $P(1\ ,\ -2)$ se tiene que cumplir que $-2 = m \cdot 1 + 3 \Rightarrow m = -5$

   La ecuación de la tercera recta es: $\boxed{y = -5x + 3}$

4. Las rectas paralelas tienen la misma pendiente y como la de la recta $y = 4x + 2$ es $m = 4$ la cuarta recta es de la forma $y = 4x + b$ y, por pasar por el punto $P(1\ ,\ -2)$ se tiene que cumplir que $-2 = 4 \cdot 1 + b \ \Rightarrow\ b = -6$

   La ecuación de la cuarta recta es: $\boxed{y = 4x - 6}$

5. La quinta recta pasa por los puntos $P(1\ ,\ -2)$ y $Q(-2\ ,\ 1)$ por lo que su pendiente es:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-(-2)}{-2-1} = \frac{3}{-3} = -1$$

Por tener de pendiente $m = -1$ su ecuación es $y = -x + b$

y por pasar por $P(1\ ,\ -2)$: $-2 = -1 + b$ por lo que $b = -1$

La ecuación de la quinta recta es: $\boxed{y = -x - 1}$

CONTROL 22 FUNCIONES 20 MAYO 08

(Unidad 10)

Sea f la función definida por la expresión: $f(x)=2x^2+5x-3$. Halla razonadamente:

1. *Imagen de 1.*
2. *Antiimágenes de −3.*
3. *Puntos de corte:*
   a. *Con el eje Y.*
   b. *Con el eje X.*
4. *Tasa de variación media en el intervalo [−1 , 2]*

1. La imagen de 1, es el valor de $f(x)$ que corresponde a $x=1$, por lo tanto:

$$f(1)=2\cdot 1^2+5\cdot 1-3=\boxed{4}$$

2. Las antiimágenes de -3 son los valores de x que tienen por imagen -3, es decir:

$$f(x)=-3 \quad \Rightarrow \quad 2x^2+5x-3=-3$$ Resolviendo la ecuación:

$$2x^2+5x=0 \Rightarrow x\cdot(2x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x+5=0 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow x=-2'5 \end{cases}$$

Las antiimágenes de -3 son $\boxed{0 \text{ y } -2'5}$

Comprobación: $\begin{cases} f(0)=2\cdot 0^2+5\cdot 0-3=-3 \\ f(-2'5)=2\cdot(-2'5)^2+5\cdot(-2'5)-3=-3 \end{cases}$

3. $a)$ En el punto en el que la gráfica de f corta al eje Y, la x vale 0 y ya hemos visto en el apartado anterior que $f(0)=-3$, por lo tanto, dicho punto es el $\boxed{P(0\ ,\ -3)}$

   $b)$ En los puntos en que la gráfica de f corta al eje X, es $y=0$, es decir,

$$f(x)=0 \Rightarrow 2x^2+5x-3=0$$

Resolvemos la ecuación aplicando la fórmula:

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{2\cdot 2}=\frac{-5\pm 7}{4}=\begin{cases} x=1/2 \\ x=-3 \end{cases}$$

Los puntos en que la gráfica de f corta al eje X son: $\boxed{\begin{cases} Q(1/2\,,0) \\ R(-3\,,0) \end{cases}}$

Comprobación: $\begin{cases} f(1/2)=2\cdot(1/2)^2+5\cdot(1/2)-3=0 \\ f(-3)=2\cdot(-3)^2+5\cdot(-3)-3=0 \end{cases}$

4. Tasa de variación media:

$$TVM\,[-1\ ,\ 2]=\frac{f(2)-f(-1)}{2-(-1)}=*=\frac{15-(-6)}{3}=\boxed{7}$$

(*) $f(2)=2\cdot 2^2+5\cdot 2-3=15$
$f(-1)=2\cdot(-1)^2+5\cdot(-1)-3=-6$

CONTROL 21 | FUNCIONES (Teoría) | 15 MAYO 08

Define los siguientes conceptos:

1. *Función.*
2. *Señala las formas de expresar una función.*
3. *Imagen.*
4. *Recorrido.*
5. *Tasa de variación media*

1. Una función es una relación de dependencia entre dos variables, de modo que a cada valor de la primera (variable independiente), le corresponde un único valor de la otra (variable dependiente).

2. Una función puede expresarse de distintas maneras:

   - Un enunciado (lenguaje verbal).
   - Una tabla de valores (lenguaje numérico).
   - Una fórmula (lenguaje algebraico).
   - Una gráfica (lenguaje gráfico).

3. Imagen de un valor a por una función f es el valor $f(a)$ que toma la variable dependiente cuando la variable independiente vale a.

4. Recorrido de una función es el conjunto de las imágenes, es decir, el conjunto de valores que toma la variable dependiente.

5. La tasa de variación media de una función, f, en un intervalo $[a, b]$ es el cociente entre el incremento de la variable dependiente y el de la variable independiente, es decir:

$$\text{TVM}[a\,,\,b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

CONTROL 20 — ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA — 30 ABR 08

(Repaso de las unidades 1 a 6)

1. Halla la fracción canónica generatriz de $4'3\overline{86}$

$$4'3\overline{86} = \frac{4386-438}{900} = \frac{3948}{900} = \boxed{\frac{329}{75}}$$

2. Calcula $5-\frac{3}{5}\cdot 4+\frac{1}{2}:2$

$$5-\frac{3}{5}\cdot 4+\frac{1}{2}:2 = 5-\frac{12}{5}+\frac{1}{4} =$$

$$= \frac{100}{20}-\frac{48}{20}+\frac{5}{20} = \boxed{\frac{57}{20}}$$

3. Calcula el error relativo que se comete al redondear $0'\overline{6}$ en las milésimas.

$$0'\overline{6} = \frac{6}{9}=\frac{2}{3}\approx 0'667$$

$$0'\overline{6}\begin{cases} Valor\_real \rightarrow 2/3 \\ Valor\_aprox. \rightarrow 0'667 \end{cases}$$

$$\text{Error relat.} = \frac{\text{Error abs.}}{\text{Valor real}} =$$

$$= \frac{|0'667-2/3|}{2/3} = \boxed{0'0005}$$

4. Efectúa $(2x^4-3)^2$

$$(2x^4-3)^2 = (2x^4-3)\cdot(2x^4-3) =$$
$$= 4x^8-6x^4-6x^4+9 =$$
$$= \boxed{4x^8-12x^4+9}$$

5. Resuelve: $3(2x+4)-(x-2)=3x+2(7+x)$.

$$6x+12-x+2=3x+14+2x$$
$$(6-1-3-2)x=14-12-2 \Rightarrow 0x=0$$

$\boxed{\text{Se cumple para cualquier valor de } x}$

6. Resuelve la ecuación: $\frac{5}{2}x^2-3x=\frac{11}{2}$

$$\frac{5}{2}x^2-3x=\frac{11}{2} \Rightarrow 5x^2-6x=11$$

$$5x^2-6x-11=0$$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 5\cdot(-11)}}{2\cdot 5}=\frac{6\pm 16}{10}=\begin{cases}2'2\\-1\end{cases}$$

$\boxed{x=2'2}$ y $\boxed{x=-1}$

7. Resuelve por reducción: $\left.\begin{array}{l}\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=2\\ x+2y=-1\end{array}\right\}$

$$\left.\begin{array}{l}\xrightarrow{6\cdot E_1} 2x-3y=12\\ \xrightarrow{-2E_2} -2x-4y=2\end{array}\right\}\xrightarrow{+} -7y=14$$

$y=-2$ Sustituyendo en E_2 $x-4=-1 \Rightarrow x=3$

$$\boxed{\begin{array}{l}x=3\\ y=-2\end{array}}$$

8. Los dos primeros términos de una sucesión son: 3 y 6: Halla la suma de los 10 primeros términos según se trate de *a*) una progresión aritmética o de *b*) una progresión geométrica.

a) $a_1=3$ y $a_2=6$ Si se trata de una progresión aritmética, su diferencia es $d=6-3=3$

$$a_{10}=a_1+9d=3+9\cdot 3=30$$

$$S_{10}=\frac{(a_1+a_{10})\cdot 10}{2}=\frac{(3+30)10}{2}=\boxed{165}$$

b) $a_1=3$ y $a_2=6$ Si se trata de una progresión aritmética, su razón es $r=6:3=2$

$$a_{10}=a_1r^9=3\cdot 2^9=1536$$

$$S_{10}=\frac{a_{10}\cdot r-a_1}{r-1}=\frac{1536\cdot 2-3}{2-1}=\boxed{3069}$$

CONTROL 19 — ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA — 21 ABR 08

(Repaso de las unidades 1 a 6)

1. Conceptos de a) Redondeo de un número hasta las milésimas y b) Error relativo de un valor dado por aproximación. c) Halla el error relativo que cometemos al redondear en las milésimas el número $2/3$.

a) Redondear un número en las milésimas es aproximar el número suprimiendo todas las cifras siguientes al tercer decimal y; se añadirá una milésima al número resultante si la 4ª cifra (la primera que se suprime) fuera mayor de 4.

b) El error relativo representa el error que se comete en cada unidad cuando se da un valor aproximado de un número y se obtiene dividiendo el error absoluto entre el valor real, por lo tanto:

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{|\text{Valor aproximado} - \text{Valor real}|}{\text{Valor real}}$$

c) $\frac{2}{3} = 0'6666\ldots$ Redondeando en las milésimas: $\frac{2}{3} \approx 0'667 \Rightarrow \text{Er.} = \frac{|0'667 - 2/3|}{2/3} = \boxed{0'0005}$

2. Define a) Monomio y b) Polinomio. c) Dados los monomios $M(x) = 2x^3$ y $N(x) = 4x^5$ Halla, ordenado y reducido, el polinomio $P(x)$ siendo $P(x) = \left(\frac{M(x)\cdot N(x)}{4} - 5\cdot\frac{N(x)}{M(x)}\right)^2$

a) Monomio es una expresión algebraica en la que la única operación que interviene es la multiplicación (teniendo en cuenta que las potencias de exponente natural representan una multiplicación, la de la base por sí misma tantas veces como indica el exponente).

b) Polinomio es la suma indicada (sin efectuar) de monomios.

c) $$P(x) = \left(\frac{M(x)\cdot N(x)}{4} - 5\cdot\frac{N(x)}{M(x)}\right)^2 = \left(\frac{2x^3\cdot 4x^5}{4} - \frac{5\cdot 4x^5}{2x^3}\right)^2 = \left(2x^8 - 10x^2\right)^2 =$$

$$= \left(2x^8\right)^2 - 2(2x^8)(10x^2) + \left(10x^2\right)^2 = \boxed{4x^{16} - 40x^{10} + 100x^4}$$

3. *a) Enuncia el teorema de Pitágoras y b) ¿Qué es el perímetro de un triángulo? c)* A partir de los dos conceptos anteriores, plantea y resuelve el siguiente problema: *La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm y su perímetro, 24 cm. ¿Cuánto miden los catetos?*

a) Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

b) El perímetro de un triángulo es la medida de su contorno es decir, la suma de las longitudes de sus lados.

c) Si el perímetro tiene 24 cm y la hipotenusa mide 10 cm, entre los dos catetos miden $24 - 10 = 14$ cm, por lo tanto si un cateto es de x cm, el otro tiene $14 - x$ cm y por el teorema de Pitágoras, se cumple que:

$$x^2 + (14 - x)^2 = 10^2 \Rightarrow x^2 + 196 - 28x + x^2 = 100 \Rightarrow 2x^2 - 28x + 96 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 14x + 48 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{14 \pm \sqrt{14^2 - 4\cdot 1\cdot 48}}{2\cdot 1} = \frac{14 \pm 4}{2} = \begin{cases} 8 \Rightarrow \text{el otro, } 14 - x = 6 \\ 6 \Rightarrow \text{el otro, } 14 - x = 8 \end{cases}$$

Comprobación: $\begin{cases} 8 + 6 + 10 = 24 \\ 8^2 + 6^2 = 10^2 \end{cases}$

Respuesta: $\boxed{\text{Un cateto mide } 6 \text{ cm y el otro } 8 \text{ cm}}$

4. *Definiciones de* $a)$ *Progresión geométrica y* $b)$ *Fracciones equivalentes.* $c)$ A partir de los dos conceptos anteriores, plantea y resuelve el siguiente ejercicio: *Halla el valor de* x *para que los términos* x, $x+10$ *y* $x+40$ *sean tres términos consecutivos de una progresión geométrica.*

a) Una progresión geométrica es una sucesión de números el la que el cociente entre cada término y el anterior es un valor constante (la "*razón*" de la progresión).

b) Dos fracciones son equivalentes, es decir, tienen el mismo valor, si el numerador de la primera por el denominador de la segunda, es igual que el denominador de la primera por el numerador de la segunda (producto de extremos igual a producto de medios).

c) Si x, $x+10$ *y* $x+40$ son términos consecutivos de una progresión geométrica,

$$\frac{x+10}{x} = \frac{x+40}{x+10} \text{ o, lo que es lo mismo: } (x+10)\cdot(x+10) = x\cdot(x+40) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 + 20x + 100 = x^2 + 40x \quad \Rightarrow \quad -20x = -100 \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = 5}$$

Comprobación: si $x = 5$, $x + 10 = 15$ y $x + 40 = 45$. Los términos son 5, 15 y 45 que, efectivamente, están en progresión geométrica de $r = 3$.

5. *Escribe las fórmulas de* $a)$ *el término general y* $b)$ *la suma de los términos de una Progresión aritmética.* $c)$ A partir de las fórmulas anteriores plantea y resuelve el siguiente problema: *Sandra guardó en su hucha una moneda de 10 céntimos y cada uno de los siguientes meses ahorró 20 céntimos más que el anterior. ¿Cuánto tiempo lleva ahorrando si en este momento tiene 90 euros?*

a) $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$ b) $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2}\cdot n$

c) Se trata de una progresión aritmética en la que sabemos que: $a_1 = 0'10$ €; $d = 0'20$ € y $S_n = 90$ € el objetivo es hallar el valor de n que, en este caso representa el número de meses que lleva ahorrando Sandra

Sustituyendo en la fórmula del la suma: $90 = \dfrac{(0'10 + a_n)}{2}\cdot n$ y como $a_n = 0'10 + (n-1)\cdot 0'20$

$$90 = \frac{(0'10 + 0'10 + (n-1)\cdot 0'20)}{2}\cdot n \Rightarrow 90 = \frac{0'20n}{2}\cdot n \Rightarrow 90 = 0'1n^2 \Rightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = \pm 30$$

Como no tiene sentido un número de términos negativos, la respuesta es: $\boxed{30 \text{ meses}}$ es decir:

$\boxed{\text{Lleva ahorrando dos años y medio.}}$

CONTROL 18 — Polinomios — 03 ABR 08

(Repaso de la unidad 3)

1. *Define y aclara con un ejemplo*

   a) Expresión algebraica.
   b) Valor numérico de una expresión algebraica.

2. *Dados los polinomios:*

   $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 3$
   $Q(x) = 4x^3 + 9x - 10$
   $R(x) = 3x^3 - 2x^2 + x$

   Halla el polinomio resultante de $3P(x) - Q(x) \cdot R(x)$.

RESPUESTAS

1. *a)* Expresión algebraica es un conjunto de números y letras unidos por signos de operaciones aritméticas; por ejemplo $P(x, y) = 3 \cdot x^2 - 5 \cdot y$

   b) Valor numérico de una expresión algebraica es el número que se obtiene al sustituir las letras por valores concretos y efectuar las operaciones; por ejemplo: el valor numérico de la expresión anterior para $x = 4$ e $y = 2$ es:

$$P(4, 2) = 3 \cdot 4^2 - 5 \cdot 2 = 38$$

2. $$3P(x) = 3 \cdot (2x^3 - x^2 + 4x + 3) = 6x^3 - 3x^2 + 12x + 9$$

$$\begin{array}{rccccccc}
Q(x) = & & & & 4x^3 & & +9x & -10 \\
R(x) = & & & & 3x^3 & -2x^2 & +x & \\
\hline
 & & & 4x^4 & & +9x^2 & -10x & \\
 & & -8x^5 & & -18x^3 & +20x^2 & & \\
 & 12x^6 & & +27x^4 & -30x^3 & & & \\
\hline
Q(x) \cdot R(x) = & 12x^6 & -8x^5 & +31x^4 & -48x^3 & +29x^2 & -10x & \\
 & & & & & & & \\
3P(x) = & & & & 6x^3 & -3x^2 & +12x & +9 \\
-Q(x) \cdot R(x) = & -12x^6 & +8x^5 & -31x^4 & +48x^3 & -29x^2 & +10x & \\
\hline
3P(x) - Q(x) \cdot R(x) = & -12x^6 & +8x^5 & -31x^4 & +54x^3 & -32x^2 & +22x & +9
\end{array}$$

$$\boxed{3P(x) - Q(x) \cdot R(x) = -12x^6 + 8x^5 - 31x^4 + 54x^3 - 32x^2 + 22x + 9}$$

CONTROL 17 — Los números reales — 31 MAR 08

(Repaso de las unidades 1 y 2)

1. *¿En qué se diferencian las expresiones decimales de los números racionales y los irracionales?*
2. *Define el intervalo de números reales* $[a\,,b)$ siendo $a<b$
3. *Halla el error relativo que cometemos al redondear en las centésimas el número* $\frac{2}{7}$.
4. *Halla la fracción irreducible resultante de* $1'\overline{6}-0'40\cdot 0'8\overline{3}$

RESPUESTAS

1. La forma decimal de un número racional es limitada o ilimitada periódica y la de un número irracional es ilimitada NO periódica.

2. El intervalo $[a\,,b)$ es el conjunto de todos los números reales que están comprendidos entre a y b, incluido a y excluido b.

3. El error relativo representa el error que se comete en cada unidad cuando se da un valor aproximado de un número y se obtiene dividiendo el error absoluto entre el valor real, por lo tanto:

$$\text{Error relativo}=\frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}}=\frac{\left|\text{Valor aproximado}-\text{Valor real}\right|}{\text{Valor real}}$$

En este caso el valor real es: $\frac{2}{7}$ o, lo que es lo mismo, $0'\overline{285714}$ por lo que el valor aproximado, redondeando en las centésimas, es $0'29$

Sustituyendo en la fórmula y operando con la calculadora obtenemos:

$$E.R.=\frac{\left|0'29-\frac{2}{7}\right|}{\frac{2}{7}}=0'015$$

El error relativo cometido al tomar $0'29$ como valor de $\frac{2}{7}$ es **<u>0'015</u>** es decir del 1'5%

4. Para hallar el valor $1'\overline{6}-0'40\cdot 0'8\overline{3}$ pasamos cada número a su fracción irreducible:

$$1'\overline{6}=\frac{16-1}{9}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3} \qquad 0'40=0'4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5} \qquad 0'8\overline{3}=\frac{83-8}{90}=\frac{75}{90}=\frac{5}{6}$$

$$1'\overline{6}-0'40\cdot 0'8\overline{3}=\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{3}-\frac{2\cdot 5}{5\cdot 6}=\frac{5}{3}-\frac{1}{3}=\boxed{\frac{4}{3}}$$

CONTROL 16 Progresiones aritméticas 06 MAR 08

1. Escribe 11 números en progresión aritmética empezando por 5 y terminando por 8:

2. Halla la suma de los cincuenta primeros términos de la sucesión: 20, 24, 28, 32, …

RESPUESTAS

1. Hallamos la diferencia de la progresión teniendo en cuenta que $a_1 = 5$, $a_{11} = 8$

$a_{11} = a_1 + 10d$ por lo tanto

$$8 = 5 + 10d \Rightarrow 3 = 10d \Rightarrow d = \frac{3}{10} = 0'3$$

Los números son:

$$\boxed{5\ ,\ 5'3\ ,\ 5'6\ ,\ 5'9\ ,\ 6'2\ ,\ 6'5\ ,\ 6'8\ ,\ 7'1\ ,\ 7'4\ ,\ 7'7\ ,\ 8}$$

2. Se trata de una progresión aritmética porque la diferencia entre cada término y el anterior es constante, esta diferencia vale $d = 4$.

La suma de n términos consecutivos es: $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$

Siendo: $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$$\left.\begin{array}{l} n = 50 \\ a_1 = 20 \\ a_n = a_{50} = 20 + 49\cdot 4 = 216 \end{array}\right\} \text{Por lo tanto: } S_{50} = \frac{(20+216)\cdot 50}{2} = 5900$$

$$\boxed{\text{La suma de los } 50 \text{ primeros términos de la sucesión es } 5900}$$

CONTROL 15 — Ecuaciones de segundo grado — 21 FEB 08

1. Resuelve la ecuación y comprueba los resultados: $2x^2+5x-3=0$

2. Resuelve, sin aplicar la fórmula, la ecuación y comprueba los resultados: $2x^2+5x=0$

3. Escribe una ecuación que tenga como soluciones $x = 4$ y $x = -1$ y comprueba el resultado.

4. Un campo de fútbol sala mide 22 metros más de largo que de ancho y su área es de 720 m^2 ¿Cuáles son las dimensiones de dicho campo?

RESPUESTAS

1. $$2x^2+5x-3=0 \Rightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{2\cdot 2}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-5\pm 7}{4}=\begin{cases} x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2} \\ x=\frac{-12}{4}=-3\end{cases}$$

Comprobaciones: $\begin{cases} x=\frac{1}{2} & 2\cdot(1/2)^2+5\cdot(1/2)-3=\frac{1}{2}+\frac{5}{2}-3=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.} \\ x=-3 & 2\cdot(-3)^2+5\cdot(-3)-3=18-15-3=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.}\end{cases}$

Soluciones: $\boxed{x=\frac{1}{2}\ \text{ y }\ x=-3}$

2. $$2x^2+5x=0 \Rightarrow x(2x+5)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x+5=0 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow x=-2'5\end{cases}$$

Comprobaciones: $\begin{cases} x=0 & 2\cdot 0^2+5\cdot 0=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.} \\ x=-2'5 & 2\cdot(-2'5)^2+5\cdot(-2'5)=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.}\end{cases}$

Soluciones: $\boxed{x=0\ \text{ y }\ x=-2'5}$

3. Una ecuación que tiene como soluciones $x = 4$ y $x = -1$ es: $x^2-[4+(-1)]x+4\cdot(-1)=0$ es decir:

$$\boxed{x^2-3x-4=0}$$

Comprobaciones: $\begin{cases} x=4 & 4^2-3\cdot 4-4=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.} \\ x=-1 & (-1)^2-3\cdot(-1)-4=0 \Rightarrow \textit{Sí\_cumple.}\end{cases}$

4. Si x metros es el ancho del campo, entonces el largo será $x+22$ y el área (largo por ancho):

$$x\cdot(x+22)=720 \Rightarrow x^2+22x-720=0 \Rightarrow x=\frac{-22\pm\sqrt{22^2-4\cdot 1\cdot(-720)}}{2\cdot 1}=\begin{cases} x=-40 \\ x=18\end{cases}$$

La solución $x=-40$ carece de significado (¿qué sentido tiene que el ancho del campo sea -40 m?).

Las dimensiones del campo son $\boxed{18\text{ m de ancho}}$ y $18+22=\boxed{40\text{ m de largo}}$.

Comprobación: $18\cdot 40=720$

CONTROL 14 Ecuaciones y sistemas de primer grado 06 FEB 08

1. *Resuelve la ecuación:* $\frac{2\cdot(2x-3)}{9}-\frac{x+6}{3}-x=\frac{5\cdot(3-x)}{6}-5$

2. *Indica, justificando la respuesta, si los puntos: A(3 , 1); B(3, −2); C(1 , −3), pertenecen a las rectas cuyas ecuaciones son:* $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2(y+1)=x-5 \end{cases}$

3. *Simplifica las ecuaciones y resuelve el sistema por el método de reducción:*

$$\begin{cases} 2(y+2)-x=x+6 \\ 2(y+1)+x=5+y \end{cases}$$

4. *Resuelve algebraicamente el siguiente problema:* «Anacleto ha colocado estanterías en su cuarto y podría ordenar en ellas todos sus libros si pusiese dos docenas en cada una. Se ha dado cuenta de que si pusiese dos docenas y media de libros en cada estantería, le quedaría libre una en la que podría poner sus trofeos deportivos. ¿Cuántas estanterías ha colocado en su cuarto?»

5. «Onorato ha abierto su hucha en la que guardaba únicamente monedas de de 1 y 2 euros y se ha encontrado que hay 46 monedas por un valor de 85 euros. Averigua algebraicamente cuántas monedas de cada clase había en la hucha.»

RESPUESTAS

1. $$\frac{2\cdot(2x-3)}{9}-\frac{x+6}{3}-x=\frac{5\cdot(3-x)}{6}-5$$

Quitamos paréntesis aplicando la propiedad distributiva del producto respecto a la suma (y, para evitar errores, las fracciones que haya que restar las convertimos en sumas cambiando de signo a los términos del numerador)

$$\frac{4x-6}{9}+\frac{-x-6}{3}-x=\frac{15-5x}{6}-5$$

Para quitar denominadores multiplicamos a los dos miembros de la igualdad por el mínimo común múltiplo de los denominadores que es 18

$$18\cdot\left(\frac{4x-6}{9}+\frac{-x-6}{3}-x\right)=18\cdot\left(\frac{15-5x}{6}-5\right)$$ aplicamos la propiedad distributiva

$$18\cdot\frac{(4x-6)}{9}+18\cdot\frac{(-x-6)}{3}-18\cdot x=18\cdot\frac{(15-5x)}{6}-18\cdot 5$$ simplificamos

$$2(4x-6)+6(-x-6)-18x=3(15-5x)-90$$ quitamos paréntesis

$$8x-12-6x-36-18x=45-15x-90$$

Agrupamos y reducimos los términos semejantes para elllo sumamos a los dos miembros: $12+36+15x$ con lo cual conseguiremos que en el primer miembro queden los términos de primer grado y en el segundo los términos independientes:

$$8x-\cancel{12}-6x-\cancel{36}-18x+\cancel{12}+\cancel{36}+15x=45-\cancel{15x}-90+12+36+\cancel{15x}$$

$$(8-6-18+15)x=45-90+12+36$$

$-x=3 \quad \Rightarrow$ Solución: $\boxed{x=-3}$

Comprobamos la solución sustituyendo en la ecuación original la x por -3 y efectuando las operaciones:

$$\frac{2\cdot(2(-3)-3)}{9}-\frac{-3+6}{3}-(-3)=\frac{5\cdot(3-(-3))}{6}-5 \Rightarrow -2-1+3=5-5 \Rightarrow 0=0$$ La solución es correcta.

2. Si los puntos: *A(3 , 1); B(3, −2); C(1 , −3)*, pertenecen a las rectas, sus coordenadas tienen que cumplir las ecuaciones: $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2(y+1)=x-5 \end{cases}$; lo comprobamos para cada punto sustituyendo, en ambas ecuaciones, la x por el valor de la primera coordenada y la y por el de la segunda:

	A(3 , 1)	*B(3 , –2)*	*C(1 , –3)*
$2x-y=5$	*2·3 – 1 = 5* *5 = 5* *SÍ cumple la 1ª*	*2·3 – (–2) = 5* *8 = 5* *NO cumple la 1ª*	*2·1 – (–3) = 5* *5 = 5* *SÍ cumple la 1ª*
$2(y+1)=x-5$	*2(1 + 1) = 3 – 5* *4 = –2* *NO cumple la 2ª*	*2(–2 + 1) = 3 – 5* *–2 = –2* *SÍ cumple la 2ª*	*2(–3 + 1) = 1 – 5* *–4 = –4* *SÍ cumple la 2ª*

Por lo tanto:

A es de la primera recta pero no de la segunda.
B es de la segunda recta pero no de la primera.
C pertenece a las dos, es el punto en que se cortan.

3. $\begin{cases} 2(y+2)-x=x+6 \\ 2(y+1)+x=5+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y+4-x=x+6 \\ 2y+2+x=5+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+2y=2 \xrightarrow{\cdot 1/2} \\ x+y=3 \longrightarrow \end{cases} \begin{cases} -x+y=1 \\ x+y=3 \end{cases}$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones obtenemos: $2y=4 \Rightarrow y=2$

Sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones obtenemos de forma inmediata: $x=1$

Comprobamos este resultado en las ecuaciones originales: $\begin{cases} 2(2+2)-1=1+6 & \rightarrow 7=7 \\ 2(2+1)+1=5+2 & \rightarrow 7=7 \end{cases}$

Solución: $\boxed{(x , y) = (1 , 2)}$

4. Sea x el número de estanterías.

Como puede poner dos docenas de libros en cada una significa que tiene $2x$ docenas de libros.

Esta cantidad de libros los podría colocar utilizando una estantería menos, es decir, emplearía $x-1$ estanterías, poniendo en cada una $2'5$ docenas de libros. Por lo tanto:

$$2x = 2'5(x-1)$$

$$2x = 2'5x - 2'5 \xrightarrow{-2'5x} -0'5x = -2'5 \xrightarrow{\cdot(-2)} x = 5$$

Respuesta: $\boxed{\text{Ha colocado 5 estanterías}}$

Comprobación:

5 estanterías por 2 docenas de libros en cada una. Anacleto tiene 10 docenas de libros

4 estanterías por 2'5 docenas de libros en cada una: 10 docenas de libros

5. Sean x e y, respectivamente, el número de monedas de 1 y 2 euros que había en la hucha.

Como tiene en total 46 monedas $\Rightarrow$ $x + y = 46$ al tener 85 € $\Rightarrow$ $x + 2y = 85$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 46 \\ x + 2y = 85 \end{array}\right\}$$

Si a la segunda ecuación le restamos la primera obtenemos: $y = 39$ por lo tanto $x = 7$

$$\text{Comprobación :}\begin{cases} 7 + 39 = 46 & Cantidad\_de\_monedas \\ 7 + 2\cdot 39 = 85 & Cantidad\_de\_euros \end{cases}$$

Respuesta: $\boxed{\begin{array}{l}\text{En la hucha había:} \\ \text{7 monedas de 1€ y} \\ \text{39 de 2€}\end{array}}$

CONTROL 13 - Ecuaciones de primer grado con una o dos incógnitas - 21 ENE 08

1. Resuelve la ecuación: $\frac{4-3x}{5}-\frac{x-3}{10}=\frac{23-x}{15}-\frac{11+13x}{20}$

2. Resuelve gráficamente la ecuación: $\frac{2x}{3}-\frac{3y}{2}=\frac{6}{5}$

RESPUESTAS

1.

$$\frac{4-3x}{5}-\frac{x-3}{10}=\frac{23-x}{15}-\frac{11+13x}{20}$$

Multiplicamos a los dos miembros por 60 que es el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$60\cdot\frac{(4-3x)}{5}-60\cdot\frac{(x-3)}{10}=60\cdot\frac{(23-x)}{15}-60\cdot\frac{(11+13x)}{20}$$

$$12(4-3x)-6(x-3)=4(23-x)-3(11+13x)$$

$$48-36x-6x+18=92-4x-33-39x$$

$$-42x+66=-43x+59$$

Sumamos $43x-66$ a los dos miembros:

$$\boxed{x=-7}$$

Comprobación: $\begin{cases} Pr\,imer\_miembro: \dfrac{4-3(-7)}{5}-\dfrac{-7-3}{10}= \quad 5-(-1)=6 \\ Segundo\_miembro: \dfrac{23-(-7)}{15}-\dfrac{11+13(-7)}{20}=2-(-4)=6 \end{cases}$

2. $$\frac{2x}{3}-\frac{3y}{2}=\frac{6}{5}$$

Por tratarse de una ecuación de primer grado con dos incógnitas tiene infinitas soluciones, cada una de las cuales es un par de valores $(x\ ,\ y)$ que si representamos en un sistema de ejes cartesianos corresponden a los puntos de una recta.

Empezaremos simplificando la ecuación quitando denominadores para lo cual multiplicamos a los dos miembros por 30 que es el mínimo común múltiplo de los denominadores:

$$30\cdot\frac{2x}{3}-30\cdot\frac{3y}{2}=30\cdot\frac{6}{5}$$

$$20x-45y=36$$

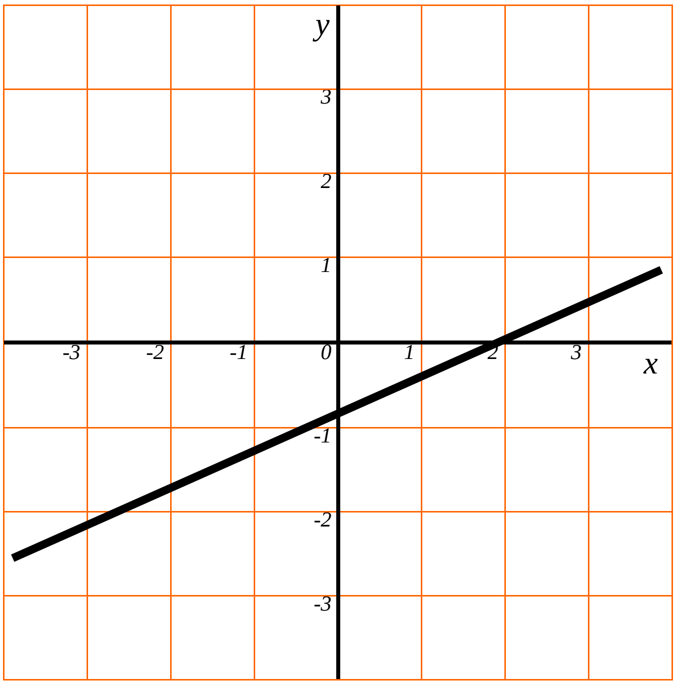
Despejamos la y para lo cuál sumamos $45y-36$ a los dos miembros y después los dividimos por 45

$$20x-36=45y\Rightarrow\frac{20x-36}{45}=y$$ o lo que es lo mismo:

$$y=\frac{20x-36}{45}$$

Para obtener las soluciones basta ir dando valores a x y efectuar las operaciones para obtener los correspondientes de y y, aunque nos bastan un par de soluciones para poder representar la recta, obtendremos alguno más para que compruebes que, verdaderamente, quedan alineados:

x	$y=\frac{20x-36}{45}$		$(x\ ,\ y)$
-3	$-\frac{32}{15}\approx-2'13$	$\rightarrow$	(-3 , -2'13)
-2	$-\frac{76}{45}\approx-1'69$	$\rightarrow$	(-2 , -1'69)
-1	$-\frac{56}{45}\approx-1'24$	$\rightarrow$	(-1 , -1'24)
0	$-\frac{4}{5}=-0'8$	$\rightarrow$	(0 , -0'8)
1	$-\frac{16}{45}\approx-0'36$	$\rightarrow$	(1 , -0'36)
2	$\frac{4}{45}\approx0'09$	$\rightarrow$	(2 , 0'09)
3	$\frac{8}{15}\approx0'53$	$\rightarrow$	(3 , 0'53)



CONTROL 12 - Ecuaciones de primer grado con una incógnita - 10 ENE 07

1. *Resuelve la ecuación:* $\frac{2x-1}{3x+5}=\frac{7}{4}$
2. *Resuelve la ecuación:* $\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+4}{15}+1=x-\frac{3(x-2)}{5}$
3. *Planteando y resolviendo la ecuación correspondiente, halla la edad que tiene Pedrito sabiendo que dentro de 7 años tendrá el doble de edad de la que tenía hace 3.*

RESPUESTAS

1. $\frac{2x-1}{3x+5}=\frac{7}{4}$

Para quitar denominadores tenemos en cuenta que producto de extremos igual a producto de medios.

$4(2x-1)=7(3x+5)$

Para quitar paréntesis aplicamos la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.

$8x-4=21x+35$

Para agrupar los términos semejantes sumamos $4-21x$ a los dos miembros.

$-13x=39$

Para despejar la x multiplicamos a los dos miembros por $-\frac{1}{13}$

$\boxed{x=-3}$ es la solución

Sustituyendo x por -3 en la ecuación original: $\frac{2(-3)-1}{3(-3)+5}=\frac{-7}{-4}=\frac{7}{4}$ comprobamos que la solución es correcta.

2. $\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+4}{15}+1=x-\frac{3(x-2)}{5}$

Ejemplo resuelto y explicado paso a paso en la página 64 de tu libro de texto (MATEMÁTICAS 3º ESO – edebé)

3. Sea x años la edad actual de Pedrito.
Dentro de 7 años tendrá $x+7$ años y hace 3 tenía $x-3$ años; por lo tanto, como aquélla es el doble de ésta:

$$x+7=2(x-3)$$

Resolvemos la ecuación y comprobamos el resultado:

$$x+7=2(x-3) \Rightarrow x+7=2x-6 \Rightarrow -x=-13 \Rightarrow x=13$$

Respuesta: $\boxed{\text{Carlitos tiene 13 años}}$

Comprobación:

Si tiene 13 años, dentro de 7 tendrá 13 + 7 = 20 y hace 3 tenía 13 – 3 = 10
Luego, efectivamente, 20 años (edad que tendrá dentro de 7 años)
es el doble de 10 (la edad que tenía hace 3)

CONTROL 11 Expresiones polinómicas 17 DIC 07

REPETICIÓN DEL CONTROL 10

CONTROL 10 Expresiones polinómicas 03 DIC 07

Dados los polinomios:

$$P(x) = x^5 + x + 2x^3 - 2x^5 + \frac{1}{3}x^2 - 2 + 3x + x^5 - \frac{4}{3}x^2 + 5$$

$$Q(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}$$

$$R(x) = 3x^3 - 2x^2 + x$$

1. *Simplifica P(x) reduciendo términos semejantes.* (1 punto)
2. *Indica para cada uno de los tres polinomios y justificando las respuestas:*
   a) *Su grado.* (1 punto)
   b) *Si es completo o incompleto.* (1 punto)
3. *Halla: a) Q(2).* (1 punto)
   b) *R(1/2).* (1 punto)
4. *Halla el polinomio resultante de* $3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x)$. (5 puntos)

RESPUESTAS

1. $P(x) = x^5 + x + 2x^3 - 2x^5 + \frac{1}{3}x^2 - 2 + 3x + x^5 - \frac{4}{3}x^2 + 5 =$

$$= (1-2+1)x^5 + 2x^3 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\right)x^2 + (1+3)x - 2 + 5 = 2x^3 - x^2 + 4x + 3$$

$$\boxed{P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 3}$$

2. a) El grado de un polinomio es el mayor exponente de la indeterminada, por lo tanto:

Los tres polinomios son de grado 3 (tercer grado).

b)

P(x) es completo pues no le falta ningún término.
Q(x) es incompleto, le falta el término de segundo grado.
R(x) es incompleto, le falta el término independiente.

3. a) $Q(2) = \frac{1}{3}\cdot 2^3 + \frac{3}{4}\cdot 2 - \frac{5}{6} = \frac{8}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{16}{6} + \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$; $\boxed{Q(2) = \frac{10}{3}}$

b) $R\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{1}{8} - 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$; $\boxed{R\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}}$

4. Para hallar 3P(x) – 12Q(x) · R(x) efectuamos primero los productos y luego la resta:

1º→ $3 \cdot P(x)$

2º→ $12 \cdot Q(x)$

3º→ $12Q(x) \cdot R(x)$

4º→ $3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x)$

1º → $3P(x) = 3\cdot(2x^3 - x^2 + 4x + 3) = 6x^3 - 3x^2 + 12x + 9$

2º → $12Q(x) = 12\cdot(\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{6}) = 4x^3 + 9x - 10$

3º →

$$\begin{array}{rrrrrrr}
12Q(x) = & & & & 4x^3 & & + 9x \quad - 10 \\
R(x) = & & & & 3x^3 & - 2x^2 & + x \\
\hline
 & & & 4x^4 & & + 9x^2 & - 10x \\
 & & - 8x^5 & & - 18x^3 & + 20x^2 & \\
 & 12x^6 & & + 27x^4 & - 30x^3 & & \\
\hline
12Q(x) \cdot R(x) = & 12x^6 & - 8x^5 & + 31x^4 & - 48x^3 & + 29x^2 & - 10x
\end{array}$$

4º →

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
3P(x) = & & & & 6x^3 & - 3x^2 & + 12x & + 9 \\
- 12Q(x) \cdot R(x) = & - 12x^6 & + 8x^5 & - 31x^4 & + 48x^3 & - 29x^2 & + 10x & \\
\hline
3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x) = & - 12x^6 & + 8x^5 & - 31x^4 & + 54x^3 & - 32x^2 & + 22x & + 9
\end{array}$$

$$\boxed{3P(x) - 12Q(x) \cdot R(x) = - 12x^6 + 8x^5 - 31x^4 + 54x^3 - 32x^2 + 22x + 9}$$

CONTROL 9 Expresiones algebraicas. Monomios 21 NOV 07

1. *Expresa en leguaje algebraico «la edad de una persona hace "y" años, siendo 40 años su edad actual».*

Respuesta:

$$\boxed{40 - y}$$

2. *Expresa en leguaje algebraico «el cociente entre "a" y el doble de "b" es igual a 25».*

Respuesta:

$$\boxed{\frac{a}{2b} = 25}$$

3. *Escribe una frase que defina la expresión algebraica: $3a^3 + b^2$.*

Respuesta:

La suma del triple del cubo de un número y (más) el cuadrado de otro.

4. *Calcula el valor numérico de: $(x+ y)(x - y) + 2xy$ si $x = 1/4$ e $y = -2/5$*

Respuesta:

$$(\frac{1}{4} + \frac{-2}{5})(\frac{1}{4} - \frac{-2}{5}) + 2\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{-2}{5} = \frac{-3}{20}\cdot\frac{13}{20} - \frac{1}{5} = \frac{-39}{400} - \frac{1}{5} = \boxed{\frac{-119}{400}}$$

5. *Calcula el valor numérico de: $2x^2 + 5 - 3y$ si $x = 2$ e $y = 3$*

Respuesta:

$$2\cdot 2^2 + 5 - 3\cdot 3 = 8 + 5 - 9 = \boxed{4}$$

6. *Simplifica:* $\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^4 - \frac{1}{6}x^4$

Respuesta:

$$\frac{1}{3}x^4 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^4 - \frac{1}{6}x^4 = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)x^4 = \boxed{\frac{7}{60}x^4}$$

7. Simplifica: $z^3 + 2z^3 - 3z^2 + 4z^3 - 5z^2 + 6z^2$

Respuesta:

$$z^3 + 2z^3 - 3z^2 + 4z^3 - 5z^2 + 6z^2 = (1+2+4)z^3 + (-3-5+6)z^2 = \boxed{7z^3 - 2z^2}$$

8. Simplifica: $\frac{1}{4}x^4 \cdot \left(\frac{8}{3}x^5 \cdot \frac{3}{2}x^2\right)$

Respuesta:

$$\frac{1}{4}x^4 \cdot \left(\frac{8}{3}x^5 \cdot \frac{3}{2}x^2\right) = \frac{1}{4}x^4 \cdot 4x^7 = \boxed{x^{11}}$$

9. Simplifica: $9y^4 \cdot \frac{1}{2}y^3 \cdot \frac{16}{81} \cdot y^2$

Respuesta:

$$9y^4 \cdot \frac{1}{2}y^3 \cdot \frac{16}{81} \cdot y^2 = 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{81} \cdot y^{4+3+2} = \boxed{\frac{8}{9}y^9}$$

10. Simplifica: $(25z^2 \cdot 16z^3) : (10z^4)$

Respuesta:

$$(25z^2 \cdot 16z^3) : (10z^4) = 400z^5 : 10z^4 = \boxed{40z}$$

CONTROL 8 Números racionales e irracionales 13 NOV 07

Determina el error absoluto y el error relativo cometido al aproximar 17'1563 *redondeando en las centésimas.*

1. *Escribe el intervalo cerrado de centro* -1 *y amplitud* 8 *unidades.*
2. *Explica cómo obtendrías los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mida exactamente* $\sqrt{26}$ *cm.*
3. *Halla la fracción canónica resultante de:* $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2}}$
4. *Halla la fracción canónica generatriz de: a)* 4'135 *b)* $6'\overline{112}$ *c)* $5'00\overline{4}$

RESPUESTAS

1. La aproximación en las centésimas del número $17'15|63$ es $17'16$ pues hay que coger la aproximación por exceso debido a que la primera cifra suprimida, 6, es superior a 4.

   Al hacer esta aproximación, se comete un <u>error absoluto</u> $= |17'16 - 17'1563| = \underline{0'0037}$

   y un <u>error relativo</u> $= \dfrac{0'0037}{17'1563} = \underline{0{,}000216} = \underline{2{,}16 \cdot 10^{-4}}$

2. Como la amplitud del intervalo, 8 unidades, es lo que va desde un extremo al otro, desde el centro del intervalo, -1, a cada uno de los extremos va la mitad, por lo tanto, 4 unidades, luego el intervalo empieza en $-1-4=-5$ y termina en $-1+4=3$ es decir:

   <u>El intervalo cerrado de centro -1 y amplitud 8 es: [–5 , 3]</u>

3. Para que se cumpla el teorema de Pitágoras, es decir, que el cuadrado de la hipotenusa sea igual a la suma de los cuadrados de los catetos, si la hipotenusa vale $\sqrt{26}$ cm, su cuadrado, 26 cm^2, es lo que tiene que valer la suma de los cuadrados de los catetos; esto lo conseguiremos haciendo que, por ejemplo, <u>un cateto</u> valga <u>5 cm</u> y <u>el otro 1 cm</u> de esta manera:

$$5^2+1^2=\left(\sqrt{26}\right)^2.$$

4. $\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1}{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2}} = \dfrac{*}{**} = \dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{-7}{12}} = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{-12}{7} = \boxed{\dfrac{-3}{7}}$

* Numerador: $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}+1 = \frac{1}{2}-\frac{5}{4}+1 = \frac{2}{4}-\frac{5}{4}+\frac{4}{4} = \frac{1}{4}$

** Denominador: $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right):\frac{3}{2} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{4}\right)\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{2}\cdot\frac{-7}{4}\cdot\frac{2}{3} = \frac{-7}{12}$

5. Fracción canónica generatriz:

a) $4'135 = \dfrac{4.135}{1.000} = \dfrac{827}{200}$ Respuesta: $\boxed{4'135 = \dfrac{827}{200}}$

b) $6'\overline{112} = \dfrac{6.112-6}{999} = \dfrac{6.106}{999}$ Respuesta: $\boxed{6'\overline{112} = \dfrac{6.106}{999}}$

c) $5'00\overline{4} = \dfrac{5.004-500}{900} = \dfrac{4.504}{900} = \dfrac{1.126}{225}$ Respuesta: $\boxed{5'00\overline{4} = \dfrac{1.126}{225}}$

CONTROL 7 | 31 OCT 07

1. Intervalos:

a) Define y representa gráficamente el intervalo $[-2\ ,\ 5)$ (Unidad = 2 cm)

b) Halla razonadamente el intervalo cerrado de centro 3 y amplitud 7.

c) Halla razonadamente el centro y la amplitud del intervalo abierto $(-6\ ,\ 3)$.

2. Teorema de Pitágoras:

a) Enuncia el Teorema de Pitágoras.

b) En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 10 cm y uno de los catetos mide 5 cm. halla cuánto mide exactamente el otro cateto.

c) ¿Qué clase de número es, racional o irracional? ¿Por qué?

RESPUESTAS

1. a) El intervalo $[-2\ ,\ 5)$ es el conjunto de números reales comprendidos entre -2, y 5, incluyendo el -2 y excluyendo al 5.

b) Si la amplitud del intervalo es 7, significa que desde el centro, 3, hasta cada uno de los extremos del intervalo hay 7 : 2 = 3'5 unidades, por lo tanto:

El intervalo empieza en 3 – 3'5 = −0'5 y termina en 3 + 3'5 = 6'5.

El intervalo cerrado de centro 3 y amplitud 7 es: $\boxed{[-0'5\ ,\ 6'5]}$.

c) El centro del intervalo $(-6\ ,\ 3)$ es: $c = \dfrac{-6+3}{2} = -1'5$ $\boxed{\text{Centro} = -1'5}$

y la amplitud es: $A = d(-6,3) = 3-(-6) = 9$. $\boxed{\text{Amplitud} = 9}$

2 a) En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

b) $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = 5^2 + c^2 \Rightarrow 100 = 25 + c^2 \Rightarrow c^2 = 75 \Rightarrow \boxed{c = \sqrt{75}\ \text{cm}}$

c) El otro cateto mide $\sqrt{75}$ cm que es un número irracional como todas las raíces cuadradas de números naturales que no sean exactas. Al ser irracional tiene infinitas cifras decimales no periódicas y no puede expresarse en forma de fracción de números enteros.

CONTROL 6 25 OCT 07

1. Haz un esquema de la clasificación de los números reales y di, justificando las respuestas, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- *Todo número decimal es racional.*
- *Hay números fraccionarios que son irracionales.*
- *Todos los números positivos son naturales.*

2. Enuncia el Teorema de Pitágoras. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 2 cm y 4 cm, respectivamente ¿Cuánto mide la hipotenusa? ¿Qué clase de número es, racional o irracional?

RESPUESTAS

1. Clasificación de los números reales:

$$\text{Reales}\begin{cases}\text{Racionales}\begin{cases}\text{Enteros}\begin{cases}\text{Naturales}\\ 0\\ \text{Enteros negativos}\end{cases}\\ \text{Fraccionarios}\end{cases}\\ \text{Irracionales}\end{cases}$$

– *Todo número decimal es racional.*

FALSO. Solo son racionales los decimales limitados y los ilimitados periódicos. Los números con infinitas cifras decimales no periódicos, son irracionales, por ejemplo: π, $\sqrt{2}$ …

– *Hay números fraccionarios que son irracionales.*

FALSO. Como se ve en el esquema de la clasificación de los números reales, los números fraccionarios son racionales.

– *Todos los números positivos son naturales.*

FALSO. Para que un número sea natural, además de positivo, tiene que ser entero. Por ejemplo los números 0'5, 2/3… son positivos y no son naturales.

2. Teorema de Pitágoras: En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Si los catetos miden 2 cm y 4 cm, aplicando el Teorema de Pitágoras obtenemos que el cuadrado de la hipotenusa es $2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$. Luego si el cuadrado de la hipotenusa vale 20, la hipotenusa mide $\sqrt{20}$ cm.

Como $\sqrt{20}$ no es exacta, se trata de un número irracional, es decir, tiene infinitas cifras decimales NO periódicas y no puede expresarse como fracción de números enteros.

CONTROL 5 — 18 OCT 07

1. *Escribe una fracción equivalente a* $\frac{6}{7}$ *que tenga como denominador 91 explicando lo que has hecho para obtenerla.*
2. *Expresa en forma de una sola potencia de exponente positivo:* $\frac{(2^3:2^5)^2}{2^4\cdot 2}$
3. *¿Qué es un número racional? ¿Cómo es la expresión decimal de un número racional? y ¿cómo se obtiene?*

RESPUESTAS

1. Para obtener una fracción equivalente a $\frac{6}{7}$ tenemos que multiplicar numerador y denominador por un mismo número. Para saber por qué valor se ha multiplicado a 7 para obtener el nuevo denominador, dividimos 91 entre 7 y por el valor que obtengamos se multiplica también a 6

$$91 : 7 = 13 \quad \text{es decir} \quad 91 = 7 \cdot 13$$

y, como $6 \cdot 13 = 78$ tenemos que:

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 13}{7 \cdot 13} = \frac{78}{91}$$

$$\boxed{\frac{6}{7} = \frac{78}{91}}$$

2. Como todas las potencias tienen la misma base, podemos reducirlas a una sola aplicando las propiedades de las potencias:

$$\frac{(2^3:2^5)^2}{2^4\cdot 2} = \frac{(2^{3-5})^2}{2^{4+1}} = \frac{(2^{-2})^2}{2^5} = \frac{2^{-4}}{2^5} = 2^{-4-5} = 2^{-9} = (\frac{1}{2})^9$$

$$\boxed{\frac{(2^3:2^5)^2}{2^4\cdot 2} = (\frac{1}{2})^9}$$

3. Número racional es el conjunto formado por una fracción y todas sus equivalentes. La expresión decimal de todo número racional es, o limitada o periódica y se obtiene dividiendo el numerador entre el denominador de cualquiera de las fracciones que representan al número racional.

4. CONTROL 4 11 OCT 07

1. *Si llevas recorridos los 2/3 de los 5/4 de un camino, a) ¿Qué fracción del camino te queda por recorrer? b) Si el camino tiene 600 metros ¿cuántos metros llevas recorridos?*

2. *Completa el siguiente cuadro:*

Fracción irreducible		$\frac{2}{5}$		$-\frac{5}{6}$	
Número decimal	*3,65*		$9'00\overline{3}$		$1'\overline{72}$

RESPUESTAS

1. a) $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{6}$ por lo tanto, como el camino entero serían $\frac{6}{6}$, faltan por recorrer:

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$ del camino queda por recorrer.

b) Llevas recorrido $\frac{5}{6}$ del camino $= \frac{5}{6}$ de 600 metros $= (600 : 6) \cdot 5 = 100 \cdot 5 = 500$ metros

2.

$$3'65 = \frac{365}{100} = \frac{73}{20} \; ; \quad 9'00\overline{3} = \frac{9003-900}{900} = \frac{8103}{900} = \frac{2701}{300} \; ; \quad 1'\overline{72} = \frac{172-1}{99} = \frac{171}{99} = \frac{19}{11}$$

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0'4 \qquad ; \qquad \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0'8\overline{3}$$

Fracción irreducible	$\frac{73}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2701}{300}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{19}{11}$
Número decimal	3,65	0'4	$9'00\overline{3}$	$-0'8\overline{3}$	$1'\overline{72}$

CONTROL 3 — 4 OCT 07

1. *Efectúa simplificando lo más posible:* $\dfrac{\frac{20}{21}\cdot\frac{14}{5}-\frac{2}{3}:\frac{4}{9}+2(1+\frac{1}{2})}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}$

2. *Halla la fracción canónica generatriz de los siguientes números:* $0'015$; $5'\overline{100}$; $1'2\overline{31}$

RESPUESTAS

1. $$\dfrac{\frac{20}{21}\cdot\frac{14}{5}-\frac{2}{3}:\frac{4}{9}+2(1+\frac{1}{2})}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}} = \dfrac{\overline{\frac{20}{21}\cdot\frac{14}{5}}-\overline{\frac{2}{3}:\frac{4}{9}}+\overline{2(1+\frac{1}{2})}}{1+\dfrac{1}{\underline{1+\frac{1}{2}}}} = \dfrac{\frac{8}{3}-\frac{3}{2}+2\cdot\frac{3}{2}}{1+\dfrac{1}{3/2}} = \dfrac{\frac{8}{3}-\frac{3}{2}+3}{1+\frac{2}{3}} = \dfrac{25/6}{5/3} =$$

$$\boxed{=\frac{5}{2}}$$

2. $$0'015 = \frac{15}{1000} = \frac{3}{200} \Rightarrow \boxed{0'015 = \frac{3}{200}}$$

$$5'\overline{100} = \frac{5100-5}{999} = \frac{5095}{999} \Rightarrow \boxed{5'\overline{100} = \frac{5095}{999}}$$

$$1'2\overline{31} = \frac{1231-12}{990} = \frac{1219}{990} \Rightarrow \boxed{1'2\overline{31} = \frac{1219}{990}}$$

CONTROL 2 27 SEP 07

1. *Demuestra de tres maneras distintas que las fracciones* $\frac{24}{32}$ *y* $\frac{18}{24}$ *son equivalentes. ¿Cuál es su representante canónico?*
2. *Halla* $3 + 6^2 : (2 - 5) + (1 - 7) \cdot \sqrt{9}$

RESPUESTAS

1. Si las fracciones $\frac{24}{32}$ y $\frac{18}{24}$ son equivalentes, al efectuar la división del numerador entre el denominador tiene que dar el mismo resultado en ambas

$$24 : 32 = 0'75 \qquad \text{y} \qquad 18 : 24 = 0'75$$

Otra manera de comprobarlo es simplificando las fracciones hasta hacerlas irreducibles. Tienen que tener el mismo resultado:

$$\frac{24}{32} = \frac{24:8}{32:8} = \frac{3}{4} \qquad \text{y} \qquad \frac{18}{24} = \frac{18:6}{24:6} = \frac{3}{4}$$

Por último, si las fracciones $\frac{24}{32}$ y $\frac{18}{24}$ son equivalentes, el producto de sus extremos tiene que dar el mismo resultado que el producto de los medios:

Producto de extremos = $24 \cdot 24 = 576$

Producto de medios = $32 \cdot 18 = 576$

Hemos comprobado de tres maneras distintas que las fracciones $\frac{24}{32}$ y $\frac{18}{24}$ son equivalentes, es decir representan al mismo número racional y su representante canónico (fracción irreducible con denominador positivo) es $\frac{3}{4}$.

2. $3 + \underline{6^2} : \underline{(2 - 5)} + \underline{(1 - 7)} \cdot \underline{\sqrt{9}} = 3 + \underline{36 : (-3)} + \underline{(-6) \cdot 3} =$

$= 3 \underline{+ (-12)} \underline{+ (-18)} =$

$= 3 \underline{- 12 - 18} =$

$= \underline{3 - 30} =$

$= \boxed{-27}$

CONTROL 1 — 20 SEP 07

1. *Halla* $1 + 4 \cdot (2 - 5) + (1 - 7) : 3$
2. *¿Qué expresan el numerador y el denominador de la fracción* $\frac{3}{8}$ *? Explícalo con un ejemplo acompañado de un dibujo.*

RESPUESTAS

1.

$$1 + 4 \cdot \underline{(2-5)} + \underline{(1-7)} : 3 = 1 + \underline{4 \cdot (-3)} + \underline{(-6) : 3} =$$
$$= 1 \underline{+ (-12)} \underline{+ (-2)} =$$
$$= 1 \underline{- 12 - 2} =$$
$$= \underline{1 - 14} =$$
$$= \boxed{-13}$$

2. En la fracción 3/8, el denominador, 8, indica que se ha dividido en 8 partes iguales aquello a lo que hace referencia la fracción y, el numerador, 3, nos dice que se han cogido 3 de esas partes; por ejemplo la región sombreada de la figura corresponde a 3/8 de un listón de madera